

## Практическая работа №2

### **Расчёт характеристик канала связи и помехоустойчивости методов модуляции**

Необходимость выполнения работы: Информация – сегодня самый ценный ресурс. Надо научиться определять какое количество информации за секунду мы сможем передать через имеющийся канал передачи. С этим вопросом связан всем известный и такой важный параметр как пропускная способность. Однако как определить пропускную способность для канала?

Также еще вопросы:

? если мы принимаем сигнал вместе с шумом, как подсчитать вероятность возникновения ошибки?

? как повысить помехозащищённость, чтобы не было ошибок?

? Как определить максимальную дальность системы связи, во сколько раз сигнал должен быть мощнее шума?

**Цель работы:** Освоение методики расчета пропускной способности канала. Освоение методики расчета требуемого SNR для системы передачи информации с заданным цифровым видом модуляции.

#### **Литература:**

1. Биккенин Р.Р. Теория электрической связи: учебное пособие для студ. высших учебных заведений / Р.Р. Биккенин, М.Н.Чесноков. – М. : Издательский центр «Академия», 2010.

2. Андреев Р. Н., Краснов Р. П., Чепелев М. Ю. Теория электрической связи: курс лекций: учебное пособие для вузов. – Горячая линия–Телеком, 2014. – 230 с.

3. Прокис Джон. Цифровая связь. / перевод с англ. под ред. Кловского Д.Д. Издательство: М.: Радио и связь. 800 с.

4. Песков С.Н., Ищенко А.Е. Расчет вероятности ошибки в цифровых каналах связи / Журнал «Теле-Спутник»

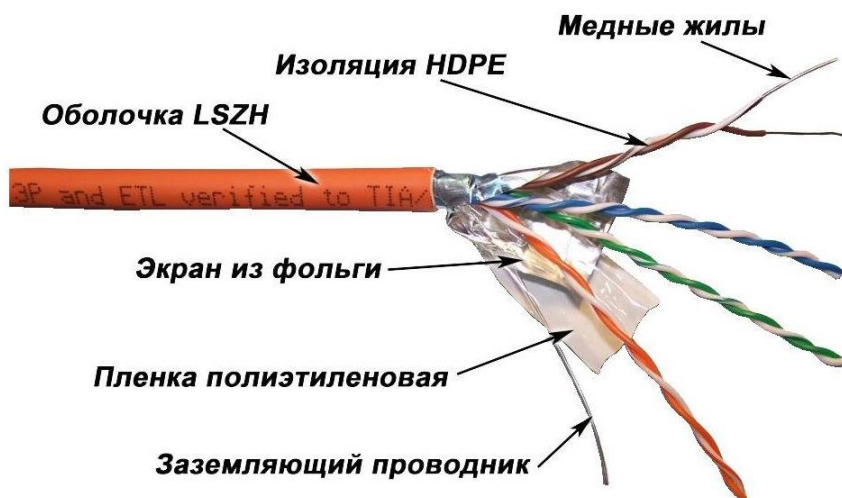
5. Bit Error Rate (BER) <https://www.mathworks.com/help/comm/ug/bit-error-rate-ber.html>

6. Васильев К.К., Теория электрической связи: учебное пособие / К.К. Васильев, В.А. Глушков, А.В. Дормидонтов, А.Г. Нестеренко; под общ. ред. К.К. Васильева. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 452 с.

### **2.1 Расчёт информационных характеристик канала – расчет пропускной способности канала**

Предположим у нас есть кабель, и мы организовали в нем канал передачи. Как узнать пропускную способность этого канала, т.е. максимальную ско-

рость. Сколько информации в принципе мы можем передавать по кабелю за 1 секунду?



Или представим, что нам выделили полосу радио частот шириной в 20 МГц. Аналогичный вопрос, как узнать сколько информации в принципе мы можем передавать по этому радиоканалу?

## Частоты 4G/LTE2500



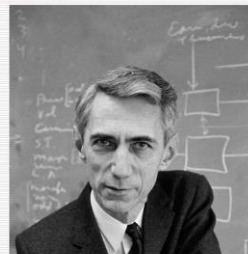
Пропускная способность канала  $C$  [бит/с] определяется известной формулой Клода Шеннона:

Эта формула выражает теорему Шеннона о пропускной способности канала

$$C = \Delta F_k \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right).$$

**Клод Шеннон**  
(30.04.1916 – 24.02.2001)

Отец современной теории информации. Утвердил термин «бит» в качестве главной единицы измерения количества информации



где  $\Delta F_k$  – полоса пропускания канала (ширина канала) в Гц;

$P_c$  – мощность сигнала в Вт;

$P_{\text{ш}}$  – мощность аддитивной помехи с законом распределения Гаусса.

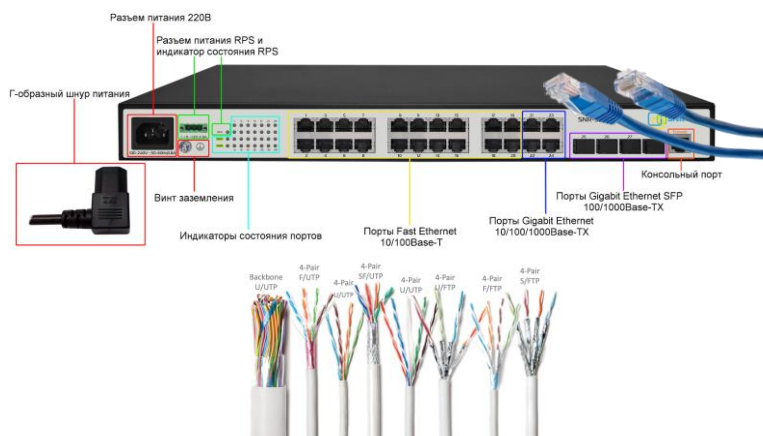
В качестве верхней частоты спектра сигнала по исходным данным принята частота  $f_B$ . Этим значением для низкочастотного сигнала (baseband signal) можно определять ширина его спектра  $\Delta f_c = f_B - f_0$ , при  $f_0 = 0$  Гц.

Принимая требуемую пропускную способность  $C$  канала связи равной значению скорости передачи произвольно выбранной реальной системы связи (LTE, Wi-MAX, 802.3, 802.11n, РРЛ, 100BASE-TX или др.), и принимая во внимание, что полоса пропускания канала должна быть больше или равна ширине спектра сигнала  $\Delta F_k \geq \Delta f_c$ , можно найти значение отношения мощностей сигнала и помехи.

**Задание. Необходимо рассчитать требуемое значение отношения мощностей сигнала и помехи  $\frac{P_c}{P_{ш}}$  в канале с гауссовским шумом для достижения заданной максимальной скорости передачи информации  $C$ .**

## 2.2 Выбор вида помехоустойчивого кода и определение длины кодовой комбинации

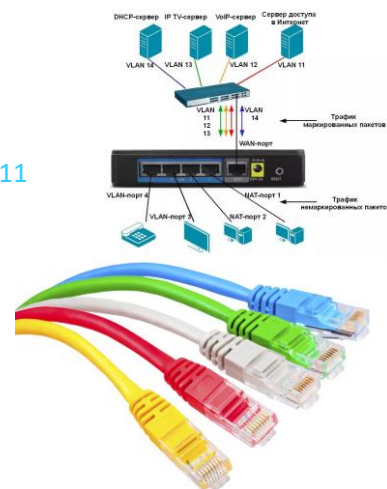
*Помехоустойчивое*, или *избыточное*, кодирование применяется для обнаружения и (или) исправления ошибок, возникающих при передаче. Отличительное свойство помехоустойчивого кодирования состоит в том, что кодером добавляется избыточная информация в поток данных для возможности на приеме найти и исправить некоторое число ошибок. Помехоустойчивое кодирование используется почти во всех системах связи (в беспроводных сотовых сетях, компьютерных сетях, оптических сетях).



010110 1010010 101011 101011

Как передается информация в современных сетях?

Как выглядит сигнал внутри кабеля?



Если кодер источника сокращает избыточность сообщения и сжимает данные (например, используется кодек mp3 для музыки, jpeg для фото, трег для видео), то помехоустойчивое кодирование, напротив, состоит в целенаправленном введении избыточности в сообщение для того, чтобы появилась потом возможность в приемнике обнаруживать и исправлять ошибки в сообщении, возникающие при передаче его по линиям связи.

В кадре Ethernet и других есть специальные поля куда записываются избыточные биты, чтобы обнаруживать и исправлять ошибки.

Frame size : Min 64 bytes , Max 1518 bytes

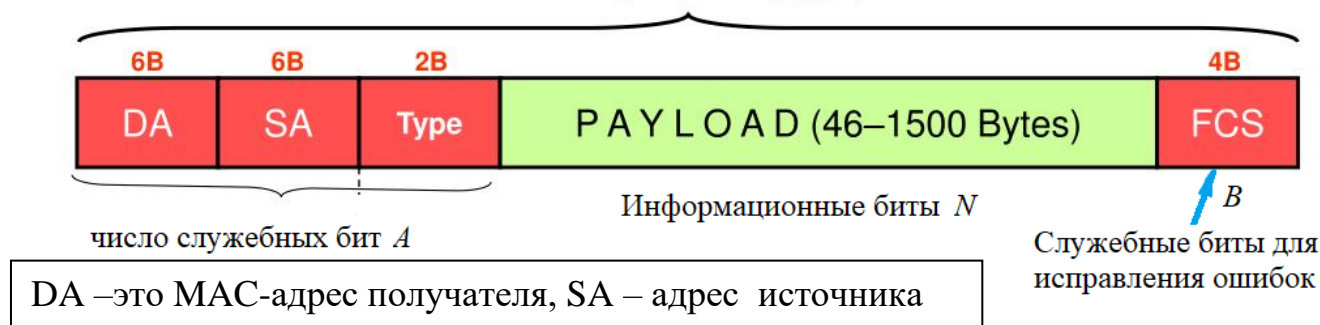


Рисунок 1 Кадр Ethernet при пакетной передаче данных

Как видно из рис.1, в одном кадре (пакете) Ethernet можно передать примерно 1500 байт полезной информации. Но это значение разное для разных видов связи, например, в кадре Wi-Fi поле данных больше и составляет 2312 байт (рисунок 2). В случае же IP-телефонии размер всего пакета может быть всего от 10 до 200 байт, но такие малые пакеты передаются часто каждые 20 мс.

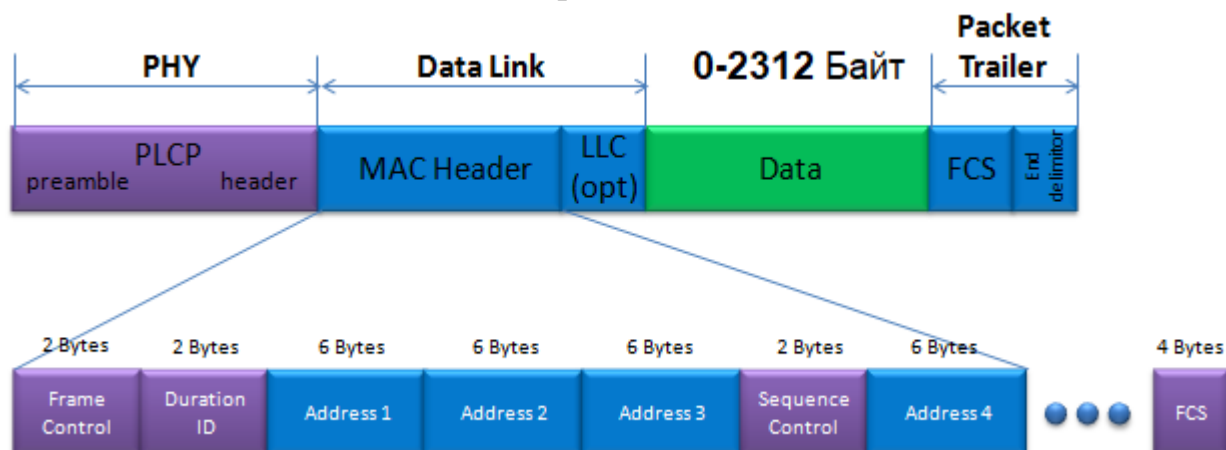
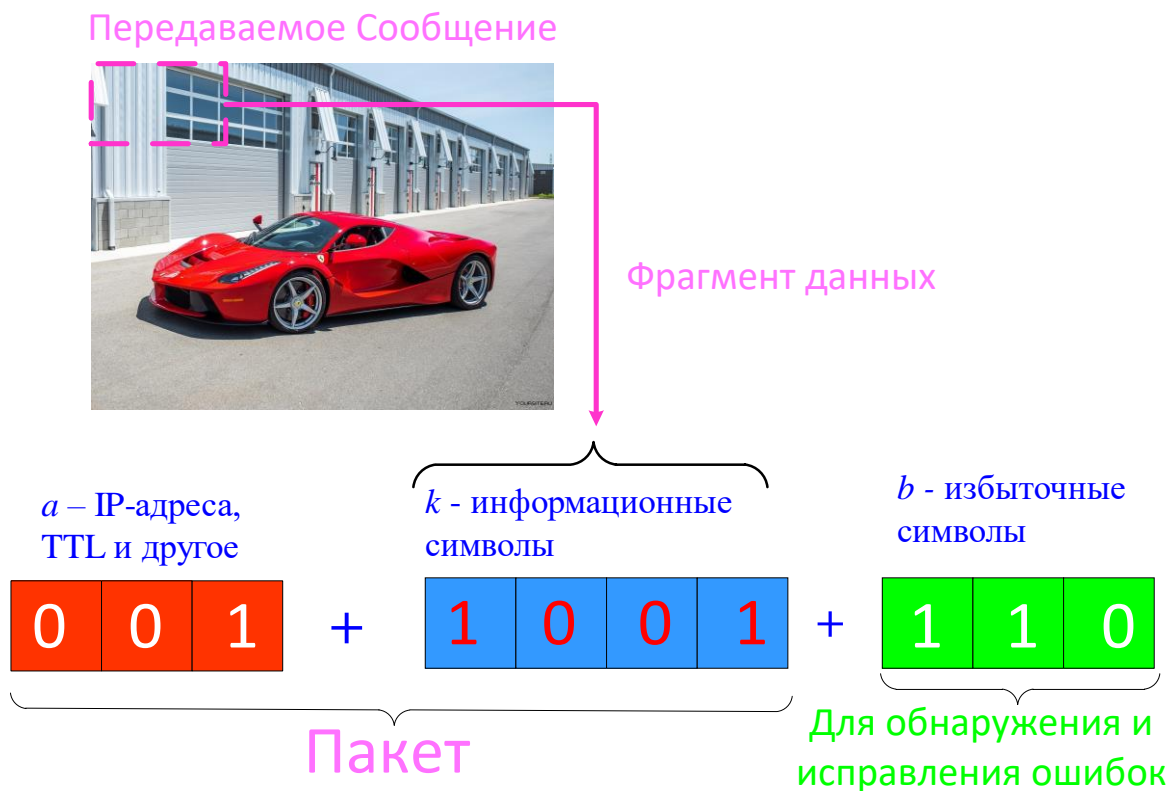


Рисунок 2 Кадр Wi-Fi при пакетной передаче данных

Используя рисунки форматов кадров можно посчитать какое количество бит будет приходиться на заголовки пакетов и кадров, какое количество дискретных отсчетов звукового сигнала или пикселей фото будет передаваться в одном пакете, а также какое количество бит будет приходиться на обнаружение ошибок.



После применения помехоустойчивого размер кадра в битах можно определить по формуле:

$$N_{frame} = a + K \cdot n_s + b, \quad (1.1)$$

где  $a$  – число служебных бит, приходящееся на заголовки кадра при пакетной передаче данных (в заголовках указываются IP-адреса источника и приемника сообщения, MAC-адреса, время жизни пакета TTL и другая служебная информация);

$K$  – число пикселей или дискретных отсчетов телефонного сообщения, передаваемых в пакете;

$n_s$  – число информационных бит, приходящихся на 1 пиксель или отчет телефонного сообщения;

$b$  – число служебных бит для обнаружения ошибок.

**Задание.**

**а) Определить по своему варианту тип передаваемого сообщения и найти значение  $n_p$**

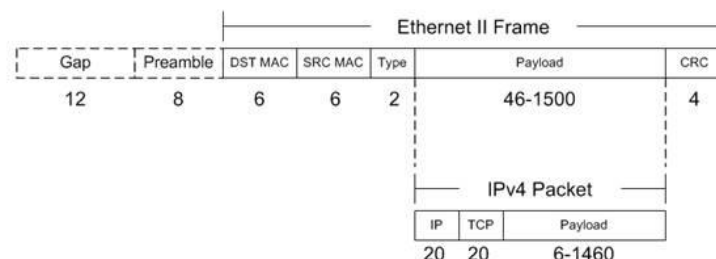
Вариант $N$	1	2	3	4	5
Тип сообщения	Речь	Фото	Музыка	Видео	Текст

б) Выбрать произвольно технологию передачи информации (Ethernet, Wi-Fi, Bluetooth). Используя любые источники информации (книги или интернет), рассчитать длину кадра, число служебных бит  $a$ , приходящееся на заголовки кадра<sup>1</sup> при пакетной передаче данных и число служебных бит  $b$  в кадре, приходящееся на обнаружение ошибок.

в) Исходя из размера поля для данных, определите максимально допустимое значение  $K$  из формулы

Число бит в Поле данных - 40 =  $K \cdot n_s$

Учитывайте, что из размера поля данных кадра (Payload или Data) необходимо вычесть 40 байт на заголовки IP и TCP.



д) Используя источники информации ознакомиться с видами помехоустойчивых кодов и основной их принцип работы. Выбрать один применяемый на практике вид помехоустойчивого кода. Привести в этом подразделе основную теорию данного кода.

Например, существует и широко используется в оптических сетях код Рида-Соломона, позволяющий исправлять ошибки в блоках данных. Для определения степени избыточности кода используют запись вида (255,223) это означает, что после кодирования на 223 байта полезной информации будут приходиться 32 байта служебных для исправления ошибок. Можно определить для кода Рида-Соломона процентное соотношение между числом служебных и информационных символов. При  $b = 32$  это 12.55% служебных бит от информационных для цели исправления ошибок.

Далее это процентное соотношение можно применить к нашим данным. Например,  $n_s = 10$  бит, тогда количество служебных бит 12.55% для цели исправления ошибок будет равно 1.4. В данном случае можно считать, что на 10 полезных бит приходится 1.4 бита служебных для исправления ошибок. Число служебных бит может быть нецелым, поскольку определено на 1 отсчет с разрядностью  $n_s$ , а не на кадр  $N_{frame}$ .

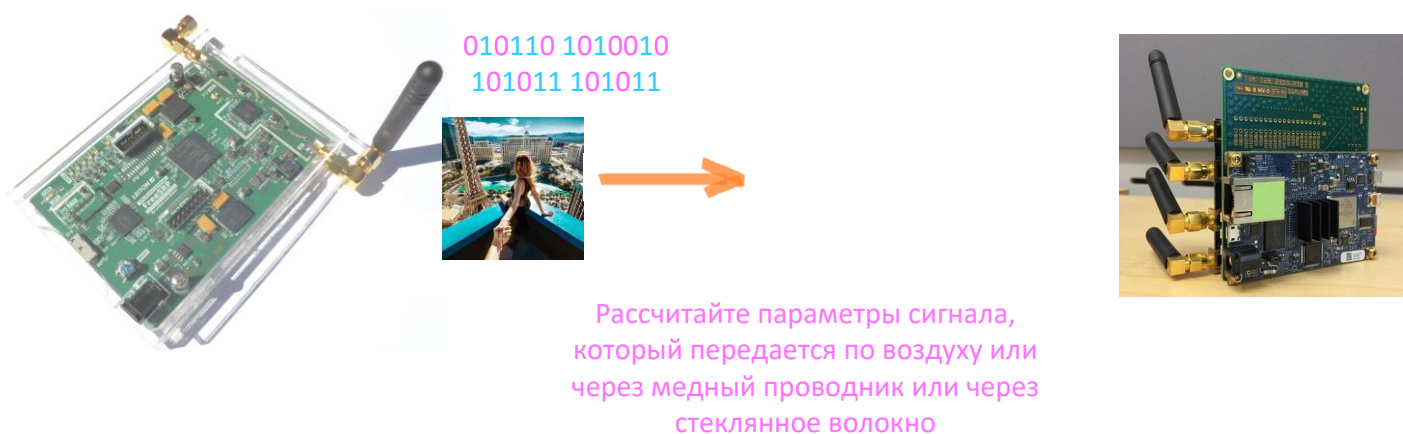
г) Найти число бит, приходящееся на 1 дискретный отсчет (bit per sample, bps) с учетом служебных полей и заголовков кадра

$$N_{bps} = \frac{N_{frame}}{K}$$

## 2.3 Расчёт параметров модуляции и ширины спектра модулированного сигнала

<sup>1</sup> Вид кадра стандарта Ethernet 802.3 или 802.11 Wi-Fi или Bluetooth.





В системах, которые являются предметом настоящей курсовой работы, предусмотрено использование цифрового вида **модуляции**. Вид определяется для каждого студента свой исходя из варианта.

В результате модуляции сигнала получается последовательность радиоимпульсов с различными амплитудами или начальными фазами или частотами.

В системе передачи вид модуляции выбирается таким образом, чтобы скорость передачи информации после модуляции была не меньше требуемой пропускной способности  $C$  ранее определенного канала.

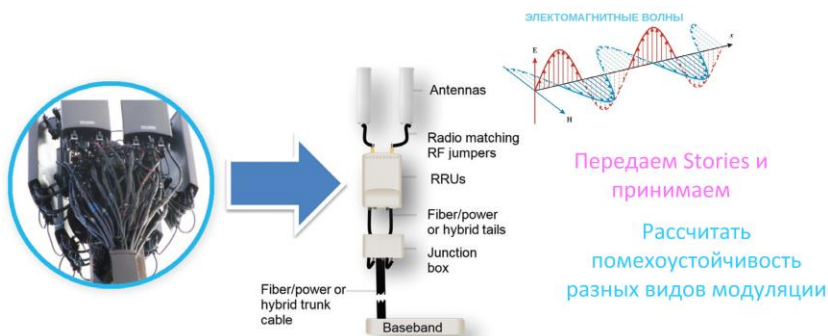
$$C = B \cdot \log_2 M ,$$

где  $B$  – символьная скорость,

$M$  – число позиций модулированного сигнала (число точек на сигнальном созвездии). Например, при модуляции QAM-256 значение  $M = 256$ ).

**Задание. Определите для своего варианта (вида модуляции) число позиций модулированного сигнала  $M$ , и рассчитайте символьную скорость  $B$  (сколько символов будет передаваться в секунду).**

Сама по себе обычная электромагнитная волна это просто синусоидальное колебание, в котором нет информации. С помощью модуляции оборудование закладывает информацию в электромагнитную волну. Представьте мы передаем или принимаем stories, рассчитаем с инженерной точки зрения этот процесс и возможную скорость нашего интернета.



Спектральная плотность модулированного сигнала – последовательности радиоимпульсов показан на рисунке ниже. Максимум спектральной плотности находится на несущей частоте  $\omega_0$ .

На практике обычно ширина спектра радиоимпульса определяется полосой частот, в которой сосредоточено около 90% энергии (мощности) сигнала. По этому критерию для радиоимпульса прямоугольной формы обычно принимается

$$\Delta f_{\text{радиоимпульса}} \approx 1/\tau_u \quad (1.2)$$

где  $\tau_u$  – длительность радиоимпульса. Данная формула справедлива для модуляции фазовой и амплитудной (PSK, QAM), а при частотной модуляции (BFSK) спектр в два раза шире  $\Delta f_{\text{BFSK}} \approx 2/\tau_u$ . Ширина спектра модулированного сигнала определяется шириной спектра радиоимпульса.



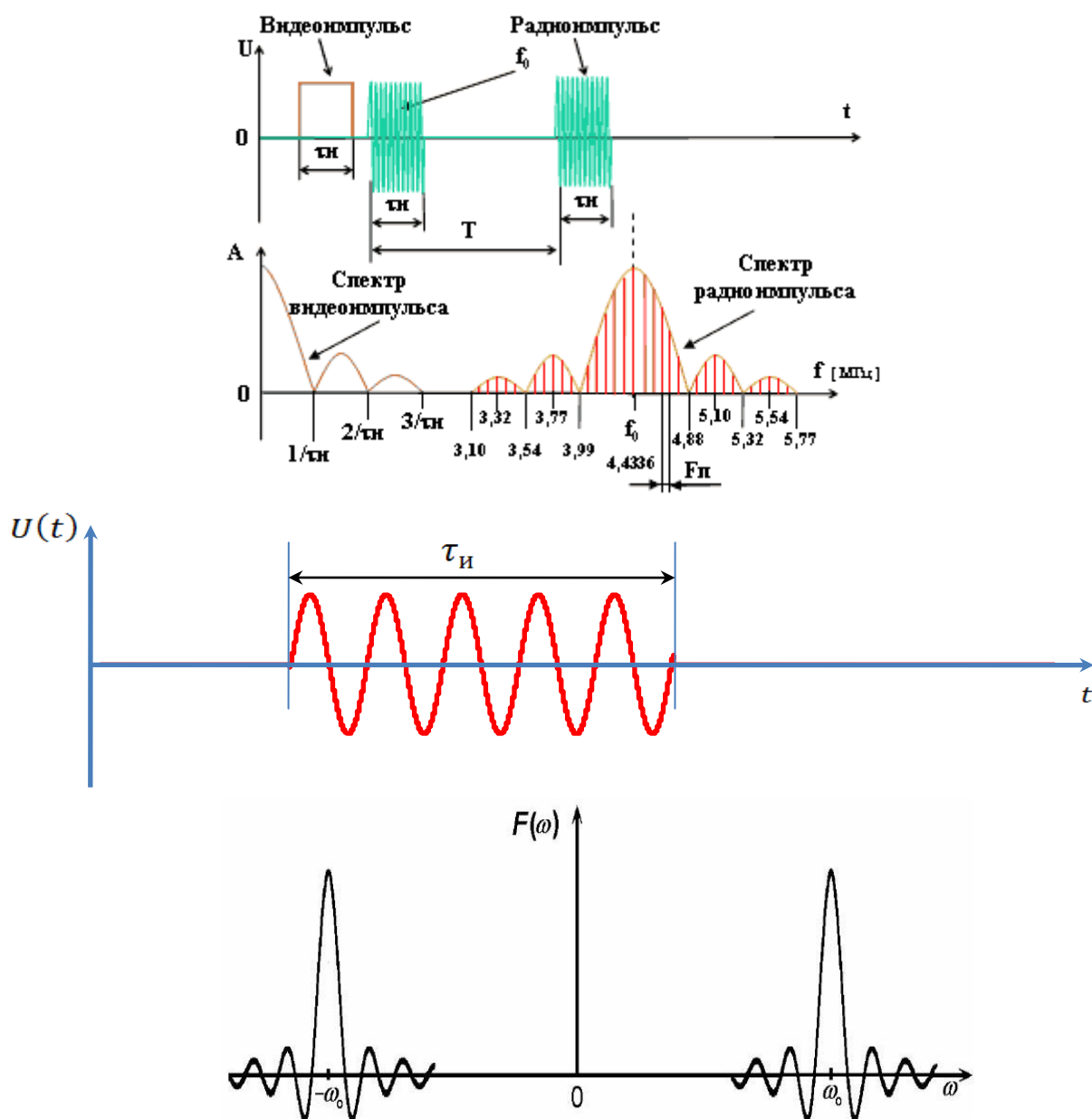


Рисунок 2 – Радиоимпульс (как один символ модулированного сигнала) и его спектр

Расчёт длительности импульса кодовой последовательности производится по формуле

$$\tau_u = \frac{\log_2 M}{N_{bps}} \left( \frac{1}{F_D} - \tau_c \right), \quad (1.3)$$

где  $\tau_c$  – длительность временного интервала, предназначенного для передачи сигналов синхронизации (при расчетах следует принять  $\tau_c = 0.05 \cdot \tau_u$ ).

$M$  – число позиций модулированного сигнала (уровень модуляции).

Приведенная формула (1.3) справедлива для всех недифференциальных методов модуляции QAM, BFSK и PSK. При относительной (дифференциальной)

фазовой модуляции (DBPSK, DQPSK) необходимо повысить число импульсов на единицу, чтобы задать опорное значение фазы сигнала в начале периода. Тогда равенство (4.23) преобразуется в формулу:

$$\tau_u = \frac{\log_2 M}{N_{bps} + 1} \cdot \left( \frac{1}{F_d} - \tau_c \right) \quad (1.4)$$

При условии  $\tau_c = 0.05 \cdot \tau_u$ , можно выразить и найти из (1.2) и (1.3) значение ширины спектра модулированного сигнала для своего варианта  $\Delta f_{\text{BPSK}}$  или  $\Delta f_{\text{DQPSK}}$  или  $\Delta f_{\text{QAM}}$  и др.

**Задание.** Произведите расчет длительности импульса по формуле (1.3) или (1.4).

Произведите расчет ширины спектра модулированного сигнала по формуле (1.2) или если у вас модуляция BFSK, то  $\Delta f_{\text{BFSK}} \approx 2/\tau_u$ . Сделайте вывод, подходит ли заданный по варианту вид модуляции системе передачи при ширине канала равной 10 МГц. Другими словами надо определить, не превышает ли ширина спектра модулированного сигнала ширины канала 10 МГц.

## 2.4 Расчет требуемого отношения SNR на входе приемника

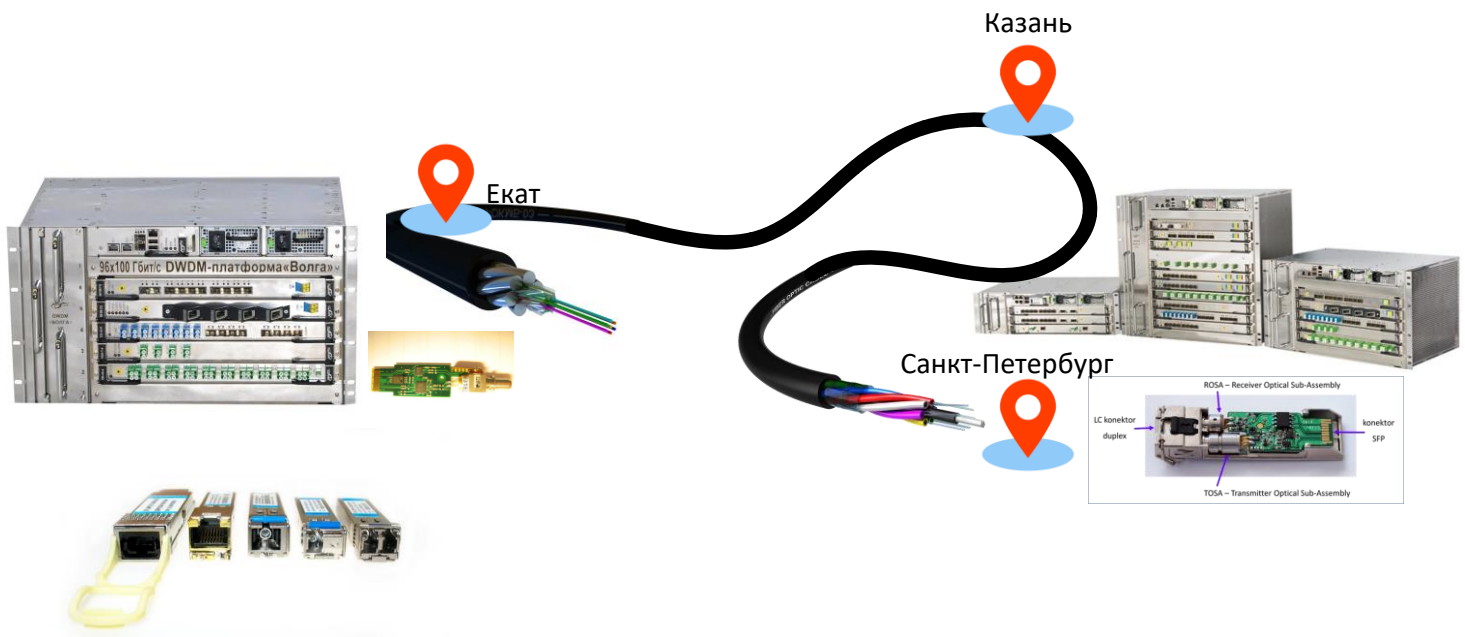
После определения характеристик передающего оборудования и требуемой пропускной способности канала связи, дальнейшая задача заключается в определении условий, при которых обработка сигнала в приемном оборудовании не приведёт к существенному повышению искажений.

Эффективное значение среднеквадратичной ошибки воспроизведения сообщения, вызванной **ошибочным приёмом** одного из символов двоичного кода за счёт широкополосного шума, можно найти из формулы:

$$\delta_4 = 2 Q \sqrt{\frac{p_{\text{ош}}}{3}}, \quad (4.17)$$

где  $p_{\text{ош}}$  – вероятность ошибки приёма разрядного символа,  $Q$  – пик-фактор. Приведённая формула справедлива при небольших значениях  $\delta_4$ .

Рассматриваемые в данной курсовой работе расчеты подходят практически для любой системы связи, в том числе и оптической.



При равновероятном появлении символов при большом числе реализаций коэффициент битовых ошибок BER можно принимать равным вероятности ошибки.

Выбирая вероятность ошибки  $p_{\text{ош}}$  таким образом, чтобы дисперсия относительной ошибки  $\delta_4^2$  была, по крайней мере, на порядок ниже суммы дисперсий относительных ошибок отдельных этапов входных преобразований, можно обеспечить общую погрешность передачи аналогового сообщения, практически равную погрешности входных преобразований. Обеспечение заданного значения вероятности ошибки осуществляется выбором соответствующего превышения мощности сигнала над мощностью шума, формированием сигнала на передающей стороне системы (способом передачи) и способом приёма – совокупностью устройств выделения сообщения из смеси сигнала и помехи, присутствующей на входе приёмного устройства.

В то же время необходимо минимизировать мощность источника сигнала, так как излишек мощности повышает стоимость системы связи, уровень помех другим связным системам, в некоторых случаях ухудшает экологическую обстановку вблизи источника сигнала.

#### 2.4.1 Расчет требуемого отношения сигнал/шум $q_{\text{ког}}^2$ при когерентном приеме

Рассмотрим алгоритм оптимального приёма, обеспечивающий потенциальную помехоустойчивость выделения бинарного сигнала. Полагая априорные вероятности передачи единиц и нулей двоичного кода равными 0,5, можно записать:

$$p_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{0,5q(1-\rho)}\right), \quad (4.34)$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  – функция нормального интегрального распределения.

$q^2 = \frac{2E_c}{N_0}$  – отношение энергии сигнала  $E_c = P_c \tau_{\text{и}}$  к спектральной плотности  $N_0/2$  аддитивного "белого" шума (SNR на символ). Отношение сигнал/шум в цифровых системах связи также выражается через  $\frac{E_c}{N_0} = m \frac{E_b}{N_0}$  (SNR на бит), где  $E_b$  – энергия сигнала, приходящаяся на 1 бит;  $m = \log_2 M$ .

$\rho$  – коэффициент взаимной корреляции сигналов, соответствующих передаче "единицы" и "нуля".

Коэффициент взаимной корреляции сигналов вычисляется по формуле

$$\rho = \frac{1}{E_c} \int_0^{\tau_u} S_1(t) S_2(t) dt \quad (4.36)$$

При использовании двоичной фазовой модуляции (BPSK)  $S_1(t) = -S_2(t)$ , из (4.36) следует  $\rho = -1$ .

Тогда вероятность ошибочного приёма символа BPSK двоичного кода может быть найдена по формуле

$$P_{\text{ошBPSK}} = 1 - \Phi(q) = Q(q). \quad (4.37)$$

где  $Q(q)$  – Q-функция<sup>2</sup> (гауссов интеграл ошибок).

При использовании других видов модуляции вероятность ошибки можно рассчитать по формулам:

Вероятность ошибки при модуляции M-ASK:

$$P_{\text{ошASK}} = \frac{2(M-1)}{M} \cdot \Phi\left(\sqrt{\frac{6q^2 \log_2 M}{(M^2-1)}}\right),$$

Вероятность ошибки при модуляции BFSK:

$$P_{\text{ошBFSK}} = 1 - \Phi\left(\frac{q}{\sqrt{2}}\right)$$

Вероятность ошибки при модуляции QPSK:

$$P_{\text{ошQPSK}} = \left(1 - \Phi\left(\frac{q}{\sqrt{\log_2 M}}\right)\right)$$

Вероятность ошибки при модуляции M-PSK:

<sup>2</sup> <https://en.wikipedia.org/wiki/Q-function>

$$P_{outPSK} = \frac{2}{\log_2 M} \left( 1 - \Phi \left( q \cdot \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right) \right) \text{ при } M > 4$$

Вероятность ошибки при модуляции DQPSK:

$$P_{outDQPSK} = \frac{1}{\log_2 M} \left( 1 - \Phi^2 \left( q \sqrt{\log_2 M} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right) \right)$$

Вероятность ошибки при модуляции DBPSK:

$$P_{outDBPSK} = 2(1 - \Phi(q))\Phi(q)$$

Вероятность ошибки при QAM-M (кроме QAM-8):

$$P_{outQAM} = \frac{2(1 - \eta^{-1})}{\log_2 \eta} \cdot \left[ 1 - \Phi \left( \frac{q}{\sqrt{2}} \sqrt{\eta^2 - 1} \right) \right],$$

где  $\eta = \sqrt{M}$  – число уровней амплитуды;

$M$  – число позиций модулированного сигнала (уровень модуляции).

Если ваш вариант модуляции QAM-8, обратитесь к преподавателю.

**Задание.**

**1 Определите вероятность ошибочного приёма  $p_{\text{ош}}$  по формуле (4.17).**

**2 Найдите формулу для расчета вероятности ошибки для своего (по варианту) вида модуляции и запишите ее в MathCad.**

**Примечание.** Представление функции  $\Phi(x)$  в MathCad производится через функцию  $\text{erf } x$  (смотрите [ссылку](#)<sup>3</sup>). Разберитесь как функции  $\Phi(x)$  задается через  $\text{erf } x$  и тогда сможете записать формулу расчета вероятности ошибки в MathCad.

**3 Подставьте в полученную формулу MathCad сначала произвольное значение  $q=5$  и посмотрите чему будет равна по формуле вероятность  $p_{\text{ош}}$ . Подберите такое значения  $q$ , чтобы  $p_{\text{ош}}$  по формуле стала равна вычисленному ранее значению  $p_{\text{ош}}$  из (4.17). Таким образом, вы найдете требуемое значение  $q_{\text{коз}}$  и тогда сможете найти отношение сигнала/шум**

$$q_{\text{коз}}^2 = \frac{2E_c}{N_0}.$$

$$q^2 = \frac{2E_c}{N_0} \text{ — отношение энергии сигнала } E_c = P_c \tau_{\text{и}} \text{ к спектральной}$$

плотности  $N_0/2$  аддитивного "белого" шума (SNR на символ). Отношение сиг-

3

[https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_mathematics/1895/%D0%98%D0%9D%D0%A2%D0%95%D0%93%D0%A0%D0%90%D0%9B](https://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1895/%D0%98%D0%9D%D0%A2%D0%95%D0%93%D0%A0%D0%90%D0%9B)



нал/шум в цифровых системах связи также выражается через  $\frac{E_c}{N_0} = m \frac{E_b}{N_0}$  (SNR на бит), где  $E_b$  – энергия сигнала, приходящаяся на 1 бит;  $m = \log_2 M$ .

**4 Сравните полученное значение параметра отношение сигнала/шум в дБ с SNR для систем 4G/LTE и сделайте вывод об условиях работы системы связи**

условия	SNR для 4G/LTE, дБ
Отлично	$\geq 20$
Хорошо	13... 20
Нормально	0... 13
Плохо	$\leq 0$

**5 С помощью численного моделирования (см. Приложение 1), используя MATLAB постройте график зависимости вероятности ошибки  $p_{\text{ош}}$  от отношения сигнала/шум  $q_{\text{ког}}^2 = \frac{2E_c}{N_0}$  (SNR на символ) или от отношения сигнала/шум  $\frac{E_b}{N_0}$  (SNR на бит) для своего вида модуляции и любых двух других (пример на рис. 3). Сравните помехоустойчивость рассматриваемых видов модуляции. Результаты эффективности своего вида модуляции в плане помехоустойчивости отразите выводом.**

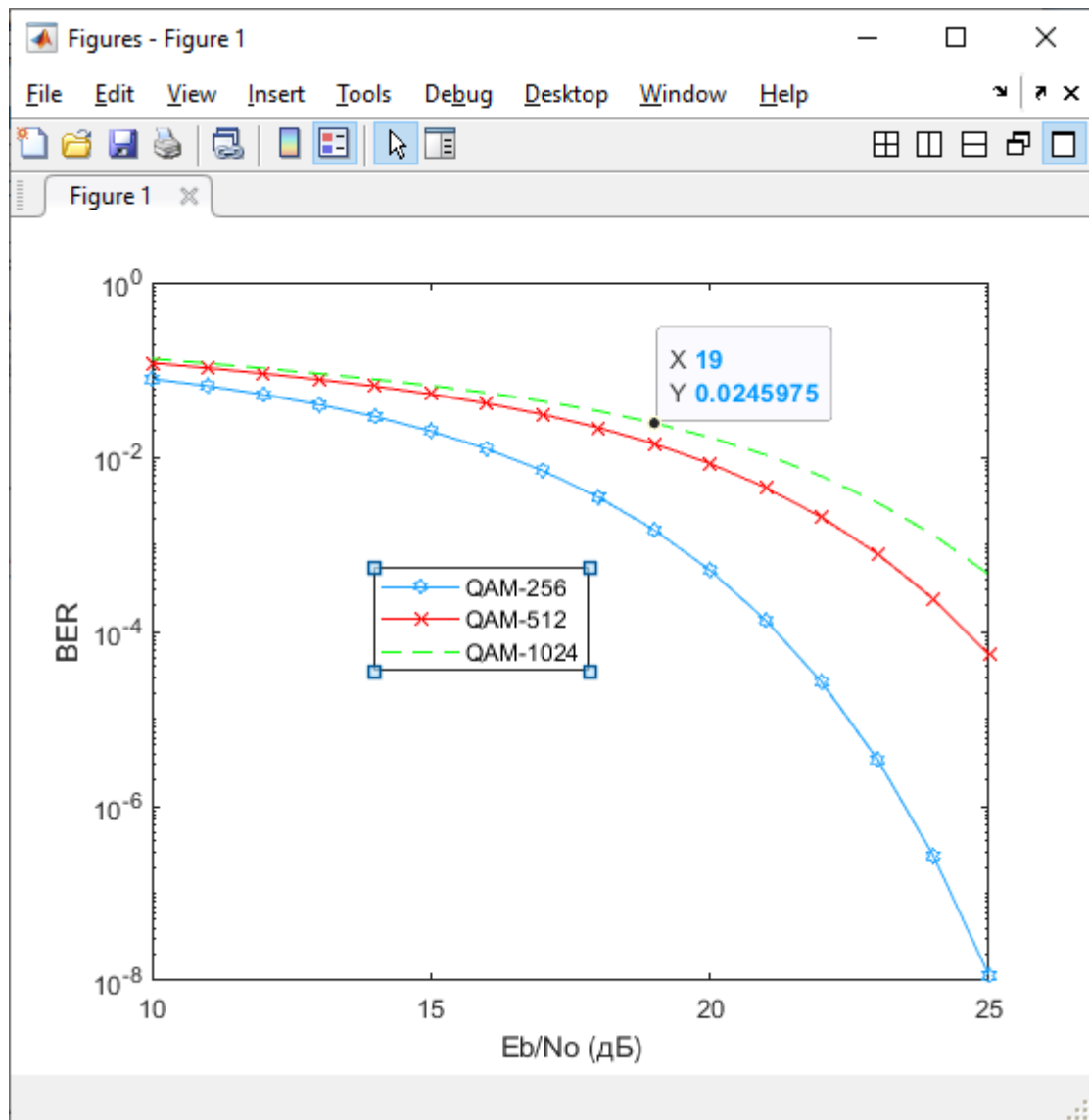


Рисунок 3.- Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал/шум

**6 По построенному графику определите требуемое значение отношения мощностей сигнала и помехи  $q_{коз}^2$  обеспечивающее требуемое качество (вероятность ошибки  $p_{ош} = \text{BER}$ ) при оптимальном когерентном приёме.**

**7 Сравните значения BER ( $p_{ош}$ ) при различных значениях  $q_{коз}^2$ , вычисленные с помощью формулы, и значения BER ( $p_{ош}$ ) при различных значениях  $q_{коз}^2$ , полученные в результате численного моделирования.**

$$q^2 = \frac{2E_c}{N_0}, \text{ а } \frac{E_c}{N_0} = m \frac{E_b}{N_0}, \text{ где } E_b - \text{энергия сигнала, приходящаяся на 1 бит;}$$

$$m = \log_2 M.$$

**Примечание. MATLAB при модуляции DQPSK строит график для случая некогерентного приема, поэтому данные не совпадут с формулой!**

## 2.4.2 Расчет требуемого отношения сигнал/шум $q_{нек}^2$ при некогерентном приеме

При неоптимальном приёме выражения для вероятностей ошибок зависят от конкретной схемы, реализующей различение символов двоичного кода дискретного сигнала.

При рациональном построении устройств *некогерентной* обработки можно использовать следующие выражения для вероятностей ошибок:

1) при амплитудной модуляции ASK:

$$p_{ош} \approx 0,5 \exp\left(-\frac{q_{нек}^2}{8}\right)$$

2) при частотной модуляции FSK:

$$p_{ош} \approx 0,5 \exp\left(-\frac{q_{нек}^2}{4}\right)$$

3) при DBPSK:

$$p_{ош} \approx 0,5 \exp\left(-\frac{q_{нек}^2}{2}\right)$$

3) при DQPSK:

$$p_{ош} = Q_1(a, b) - 0.5 \cdot I_0(a \cdot b) \cdot e^{-0.5(a^2 + b^2)}$$

где  $a = \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$ ,  $b = \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}(1 + \frac{1}{\sqrt{2}})$ ,  $Q_1(a, b)$  – Q-функция Маркума,  $I_0(a \cdot b)$  – модифицированная функция Бесселя.

В приведённых формулах считается, что априорные вероятности передачи единиц и нулей одинаковы.

Для своего вида модуляции найти требуемое отношение  $q_{нек}^2$  для обеспечения заданного значения вероятности ошибки  $p_{ош}$  при некогерентном приеме сигнала и сравнить его с SNR  $q_{ког}^2$  для оптимального приёма при известном сигнале. Определить проигрыш в энергии (мощности) сигнала, вызванной неизвестностью начальной фазы. Другими словами,

необходимо вычислить отношение  $\frac{q_{нек}^2}{q_{ког}^2}$ .

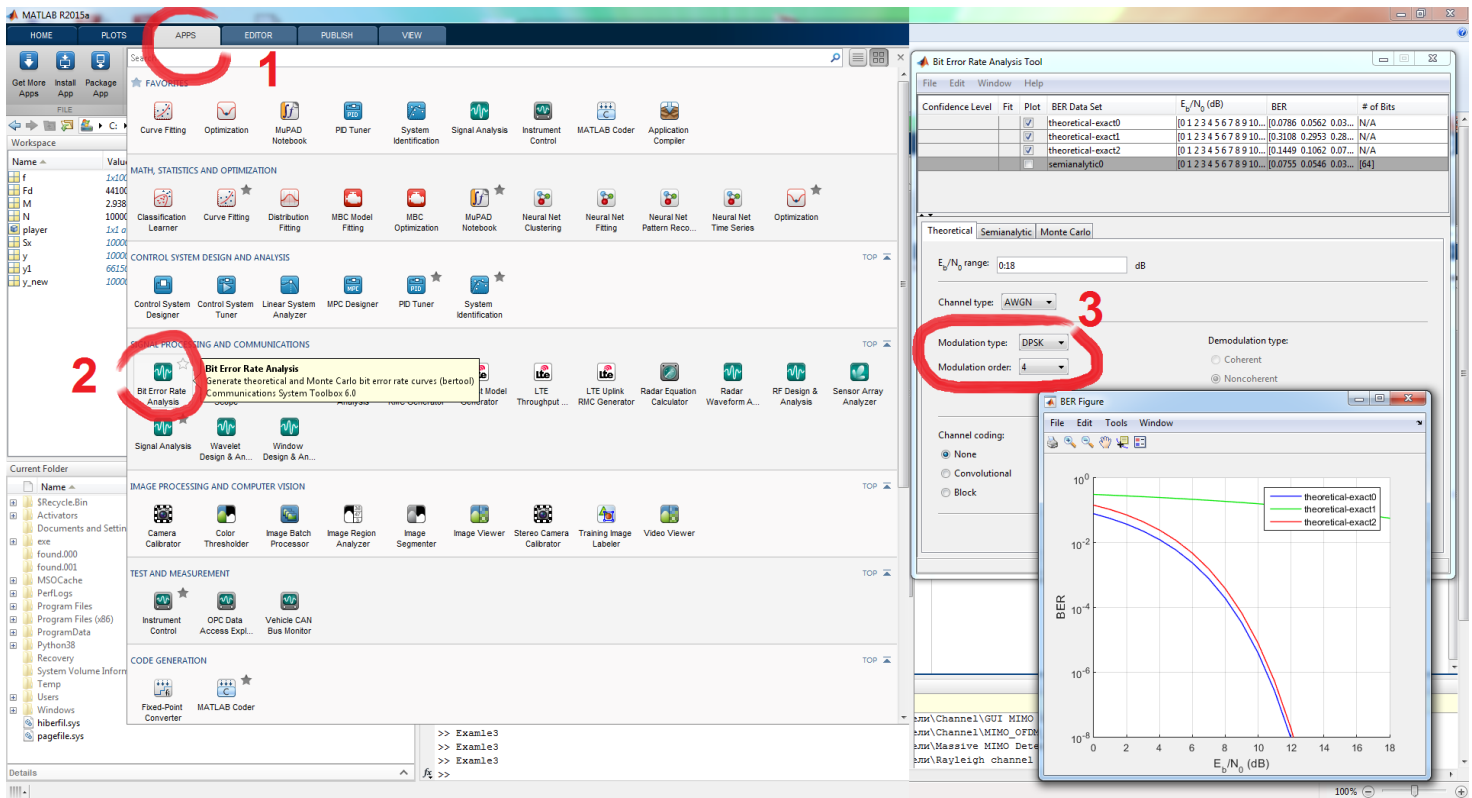
Для видов модуляции, требующих определения абсолютного значения фазы (не дифференциальных), данный пункт не выполняется.

### **Контрольные вопросы:**

1. Сформулируйте теорему Шеннона о пропускной способности.
2. Что такое пропускная способность?
3. Для чего применяются избыточные коды?
4. Приведите пример 3-х корректирующих кодов.
5. Служебная информация для исправления ошибок содержится в пакете или кадре?
6. Нарисуйте радиоимпульсы для модуляции QAM и спектр радиоимпульса.
7. Как определяется ширина спектра сигнала, если имеется график спектра?
8. Нарисуйте график DBPSK и BPSK сигналов. Чем они отличаются?
9. Зачем использовать разные виды полосовой модуляции QAM, QPSK и др.?
10. Что такое когерентный прием и некогерентный прием?

## Приложение 1

**Построить график зависимости вероятности ошибки  $p_{\text{ош}}$  от отношения сигнала/шум  $q_{\text{коз}}^2 = \frac{2E_c}{N_0}$  (SNR на символ) или от отношения сигнала/шум  $\frac{E_b}{N_0}$  (SNR на бит) для своего вида модуляции можно с помощью программного кода или окна Bit Error Rate Analysis Tool**



## Пример кода MATLAB

```
clear
close all
EbNo = 0:30; % диапазон значений EbNo
M = 2;
EbNodB = 10*log10(EbNo); % EbNo в дБ
[ber1, ser] = berawgn(EbNodB, 'psk', M, 'diff'); % функция berawgn вычисляет значения % BER для модуляции вида PSK при когерентной схеме приема
figure('Color', 'w')
semilogy(EbNo, ber1, 'r'); % построение графика в логарифмической шкале
xlabel('E_b/N_0');
ylabel('BER');
hold on;

M = 16;
[ber2, ser] = berawgn(EbNodB, 'qam', M, 'nondiff');
semilogy(EbNo, ber2, 'r');

legend('DBPSK', 'QAM-16');
```



Для любителей питона, пример кода Python<sup>4</sup>. Если нужны исходники кода, обратитесь к преподавателю

```
#Пример построения графика BER(Eb/N0) при BPSK для канала с AWGN
import numpy as np # подключаем библиотеку для численных вычислений
import matplotlib.pyplot as plt # для построения графиков
from scipy.special import erfc # функция интеграла ошибок erfc/Q
#-----Входные параметры-----
nSym = 10**3 # Number of symbols to transmit
EbN0dBs = np.arange(start=-
4,stop = 13, step = 2) # Eb/N0 range in dB for simulation
M=2 #Number of points in BPSK constellation

#----- Transmitter-----
m = np.arange(0,M)
constellation = np.cos(m/M*2*np.pi)
#constellation = np.array([1.,-1.])
inputSyms = np.random.randint(low=0, high = M, size=nSym) #Random 1's and 0's
as input to BPSK modulator
s = constellation[inputSyms] #modulated symbols

#----- Channel -----
#Compute power in modulatedSyms and add AWGN noise for given SNRs
BER_sim = np.zeros(len(EbN0dBs))
for j,EbN0dB in enumerate(EbN0dBs):
    # print(j)
    # print(EbN0dB)
    gamma = 10**(EbN0dB/10) #SNRs to linear scale
    P=sum(abs(s)**2)/len(s) #Actual power in the vector
    N0=P/gamma # Find the noise spectral density
    n = np.sqrt(N0/2)*np.random.standard_normal(s.shape) # computed noise
    r = s + n # received signal
    #----- Receiver -----
    detectedSyms = (r <= 0).astype(int) #thresolding at value 0
    BER_sim[j] = np.sum(detectedSyms != inputSyms)/nSym #calculate BER

# Формула расчета вероятности ошибки при модуляции BPSK
BER_theory = 0.5*erfc(np.sqrt(10**(EbN0dBs/10)))

fig, ax = plt.subplots(nrows=1,ncols = 1)
ax.semilogy(EbN0dBs,BER_sim,color='r',marker='o',linestyle='',label='BPSK Sim'
)
ax.semilogy(EbN0dBs,BER_theory,marker='',linestyle='--',label='BPSK Theory')
ax.set_xlabel('$E_b/N_0$(dB)$');ax.set_ylabel('BER ($P_b$)')
ax.set_title('график BER(Eb/N0) при BPSK для канала с AWGN')
ax.set_xlim(-5,13);ax.grid(True);
ax.legend();plt.show()
```

<sup>4</sup> При использовании online-компиляторов, может возникнуть проблема, что не все они подгружают библиотеку matplotlib. Рекомендуется использовать online-компилятор на сайте replit.com, после регистрации откроется его расширенная версия, в которой код будет работать.

```

#Пример построения графика BER( $E_b/N_0$ ) при QPSK для канала с AWGN

import numpy as np # подключаем библиотеку для численных вычислений
import matplotlib.pyplot as plt # для построения графиков
from scipy.special import erfc # функция интеграла ошибок erfc/Q

#-----Входные параметры-----
nSym = 10**3 # Number of symbols to transmit
EbN0dBs = np.arange(start=-
4,stop = 13, step = 2) #  $E_b/N_0$  range in dB for simulation
M=4 #Number of points in QPSK constellation

#----- Transmitter-----

constellation = np.array([[1.,1.],[1.,-1.],[-1.,1.],[-1.,-1.]])
inputSymb = np.random.randint(low=0, high = M, size=nSym) #Random 1's and 0's

s = constellation[inputSymb] #modulated symbols

#----- Channel -----
#Compute power in modulatedSyms and add AWGN noise for given SNRs
BER_sim = np.zeros(len(EbN0dBs))
for j,EbN0dB in enumerate(EbN0dBs):
    # print(j)
    # print(EbN0dB)
    gamma = 10**((EbN0dB/10)) #SNRs to linear scale
    P=sum(abs(s)**2)/len(s) #Actual power in the vector
    N0=P/gamma # Find the noise spectral density
    n = np.sqrt(N0/2)*np.random.standard_normal(s.shape) # computed noise vector
    r = s + n # received signal

#----- Receiver -----
detectedSymb = np.array([])
for symbol in r:

    if(symbol[0]>0 and symbol[1]>0):
        detectedSymb = np.append(detectedSymb,0)

    if(symbol[0]>0 and symbol[1]<=0):
        detectedSymb = np.append(detectedSymb,1)

    if(symbol[0]<=0 and symbol[1]>0):
        detectedSymb = np.append(detectedSymb,2)

    if(symbol[0]<=0 and symbol[1]<=0):
        detectedSymb = np.append(detectedSymb,3)

BER_sim[j] = np.sum(detectedSymb != inputSymb)/nSym #calculate BER

```

```

# Формула расчета вероятности ошибки при модуляции QPSK
BER_theory = 1*erfc(np.sqrt(10**(EbN0dBs/10)))*(1-
0.25*erfc(np.sqrt(10**(EbN0dBs/10))))

fig, ax = plt.subplots(nrows=1,ncols = 1)
ax.semilogy(EbN0dBs,BER_sim,color='r',marker='o',linestyle='',label='QPSK Sim')
ax.semilogy(EbN0dBs,BER_theory,marker='',linestyle='-',label='QPSK Theory')
ax.set_xlabel('$E_b/N_0$(dB)$');ax.set_ylabel('BER ($P_b$)')
ax.set_title('график BER(Eb/N0) при QPSK для канала с AWGN')
ax.set_xlim(-5,13);ax.grid(True);
ax.legend();plt.show()

```