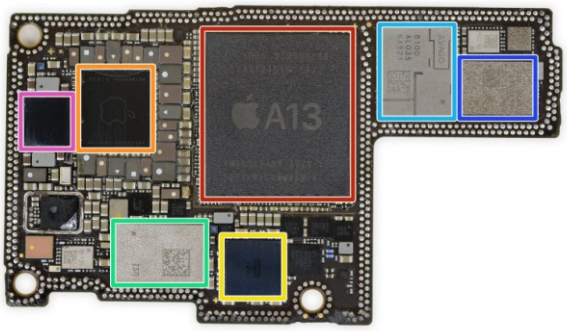
Практическая работа №1

Расчет параметров АЦП, кодера источника и сообщения в виде случайного процесса



Необходимость выполнения работы: реальные информационные сигналы для нас выглядят зачастую не как детерминированные процессы, а как случайные. В данной работе мы определим важные параметры первичных блоков системы связи, параметры сообщения в виде случайного процесса, что позволит нам обеспечить передачу информации без ошибок через определенный канал связи.

Цель работы: Освоение методики расчета требуемого значения пик-фактора, разрядности АЦП, частоты дискретизации и информационных характеристик источника сообщения для удовлетворения требований величины допустимой ошибки в системе связи.

Выбор исходных данных

Выбор варианта N для каждого студента указывается преподавателем.

Поскольку значений параметров в представленных ниже таблицах меньше, чем число вариантов N, то выбор значений осуществляется с циклическим повторением.

Например, студенты, имеющие номера N с 1-го по 5-й, в табл. 1 берут значения показателя k под номерами $N=1,2...5$, а студент с вариантом N= 6, получает следующие в круговом цикле значение k под номером N= 1, т.е. для него k =6. Соответственно студент, имеющий вариант № 7, получает значение k под номером N = 2, т.е. k =7 и т.д. Аналогично распределяются значения частот $f_В$ по табл. 2, тип модуляции и тип распределения сообщения. Исключение: **значение относительной ошибки (табл. 3) определяется иначе по номеру** S = текущий год – 2020 + N

Таблица 1. Значения параметра k – порядка цифрового фильтра, формирующего передаваемый сигнал

№ варианта N	1	2	3	4	5
k	5	6	7	8	9

Таблица 2. Значения частоты $f_В$, определяющей практическую ширину спектра передаваемого сигнала

№ варианта N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_В$ МГц	10	4.7	6.2	9.5	3.1	5	2.5	3.9	4	7.4	8

Таблица 3. Значения относительной ошибки δ

№ варианта S	1	2	3	4	5	6	7	8
δ %	0,25	0,7	1,1	0,32	0,63	0,2	0,8	0,5

Внимание! Значение δ в дано в %. Для вычислений необходимо перевести δ в абсолютное значение

Таблица 4. Вид модуляции

№ варианта N	Вид модуляции
1	BPSK
2	QPSK
3	QAM-8
4	DBPSK
5	BFSK
6	QAM-64
7	DQPSK
8	QAM-16

Таблица 5. Тип распределения сообщения

№ варианта N	Тип распределения сообщения
1	по закону Симпсона
2	Нормальное
3	Модель речевого процесса
4	Лапласа

Для всех вариантов среднее значение сигнала равно σ_x=1В.

ПРИМЕР.

студент с вариантом N =13, использует параметры:

k = 7 (позиция №3 в табл. 1), $f_В$ = 4700000 Гц (позиция №2 в табл. 2), фазовая модуляция, вид распределения первый (по закону Симпсона), вид модуляции – BFSK. Если текущий год 2024, то S =2024-2020+13=17. В этом случае δ = 0,25%=0.0025 (позиция №1 табл. 3.)

Все значения параметров необходимо представить в техническом задании на работу (см. пример оформления в приложении 1 данных методических указаний).

После титульного листа необходимо вставить лист, на котором расписаны следующие расчеты:

Как необходимо в курсовой работе показать расчет своего варианта:

Вариант N =23

1. Выбор порядка цифрового фильтра, формирующего передаваемый сигнал

$$Num = \frac{N}{5} = \frac{23}{5} = 4\frac{3}{5},$$ 3 номеру из 5 соответствует $k = 7$.

2. Выбор значения частоты $f_{\text{В}}$, определяющей практическую ширину спектра передаваемого сигнала

$$Num = \frac{N}{11} = \frac{23}{11} = 2\frac{1}{11},$$ 1 номеру из 11 соответствует $f_{\text{В}}$ = 10 МГц.

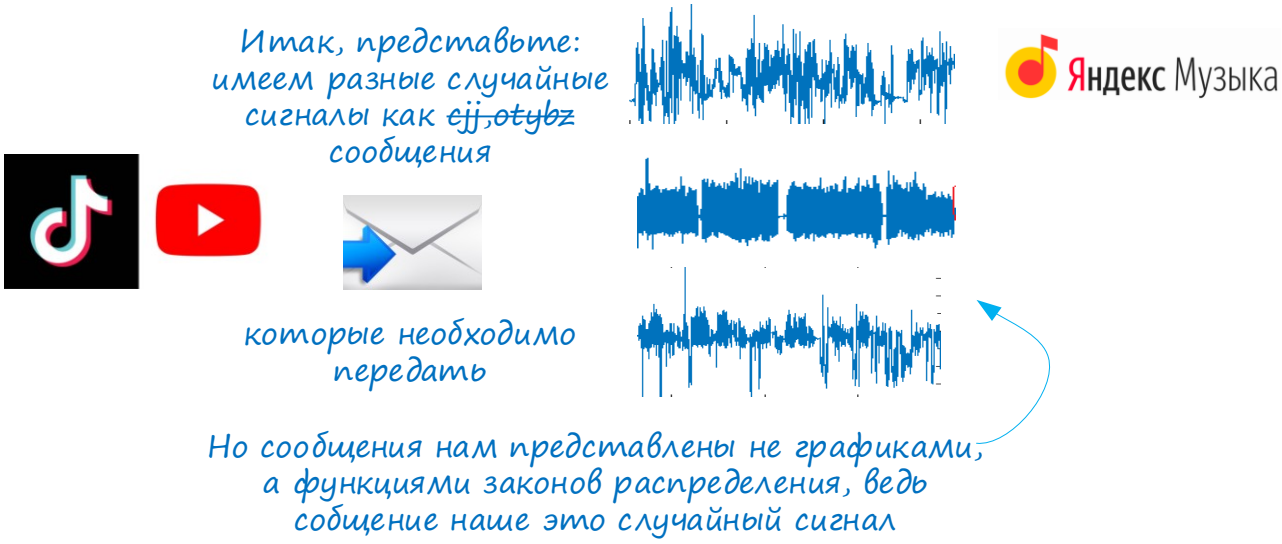
и т.д.

Все остальные расчеты привести в начале работы аналогичным образом.

Указания по выполнению работы

Введение

Подлежащее передаче по цифровому каналу сообщение представлено законом распределения (плотностью вероятности мгновенных значений), зависимостью спектральной плотности от частоты и эффективным значением напряжения, представляющим собой корень квадратный из удельной мощности процесса.

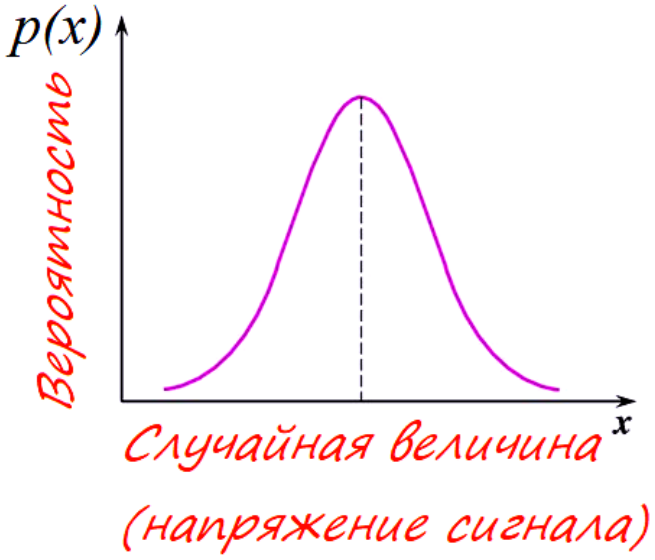


ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ – связь между плотностью вероятности и значением случайной величины.

Пример

Нормальное распределение (распределение Гаусса)

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$



1.1. Распределение ошибки передачи сообщения по источникам искажений

При передаче информации отличие принятого сигнала $\tilde{x}(t)$ от переданного $x(t)$ можно выразить абсолютной ошибкой

$$\varepsilon(t) = \tilde{x}(t) - x(t).$$

Однако поскольку $\varepsilon(t)$ представляет собой случайную величину, для оценки достоверности передачи информации используют средний квадрат ошибки

$$\overline{\varepsilon}^2 = \overline{[\tilde{x}(t) - x(t)]^2}$$

или относительный средний квадрат ошибки

$$\delta^2 = \frac{\overline{\varepsilon}^2}{P_S} = \frac{P_\varepsilon}{P_S},$$

где $P_S = \frac{1}{T_S}\int_0^{T_S} x^2(t)dt$ – средняя мощность сигнала, P_ε – мощность ошибки.

В нашем проекте поставлены требования по соблюдению системой передачи информации допустимого значения относительной эффективной ошибки входных преобразований и ошибки, вызванной действием помех. К входным преобразованиям относятся три действия:

1. ограничение максимальных значений сообщения,
2. дискретизация непрерывного сообщения;
3. квантование непрерывного сообщения.

Эти входные преобразования вносят три класса ошибок $\delta_1, \delta_2, \delta_3$. Кроме того при распространении сигнала на него воздействуют помехи, следовательно может произойти ошибка приема (детектирования) сигнала, которую мы обозначим как δ_4.

Все эти ошибки можно считать некоррелированными:

Запомнить!

1 δ_1 – эффективное значение относительной ошибки, вызванной временной дискретизацией сообщения;

2 δ_2 – эффективное значение относительной ошибки, вызванной ограничением максимальных отклонений сообщений от среднего значения;

3 δ_3 – эффективное значение относительной ошибки, вызванной квантованием сообщения;

4 δ_4 – ошибка приема (детектирования) сигнала.

Как следует из вышеприведённого, при передаче сообщения цифровым способом на передающей стороне источники искажений сосредоточены в АЦП, а на приёмной стороне в детекторе модулированного сигнала. Из всех 4 видов ошибок на практике самой критичной и наибольшей является δ_4.

Поскольку ошибки не зависят друг от друга, эффективное значение относительной ошибки входных преобразований может быть найдено по формуле

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{4} \delta_i^2}\ , \qquad (1.1)$$

где δ_i , i=1,2,3,4 – эффективное значение относительной ошибки, вызванной каждой из перечисленных выше причин.

При заданном значении δ возможно много вариантов подбора значений слагаемых в формуле (1.1).

Распределения значений заданной ошибки находим из выражения:

$$\delta_{1,3} = \sqrt{\frac{1}{5}}\,\delta,\ \ \delta_{2,4} = \sqrt{\frac{3}{10}}\,\delta \qquad (1.2)$$

Внимание! Значение δ в исходных данных дано в %. Для вычислений $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ перевести δ в абсолютное значение.

Соотношение (1.2) не касается сообщения первого вида (закона Симпсона), которое не требует амплитудного ограничения, и, следовательно, один источник искажений отсутствует. В этом случае целесообразно выбирать: $\delta_1 = \delta_3 = \sqrt{0.25}\,\delta$, $\delta_4 = \sqrt{0.5}\,\delta$ где δ_4 – относительная эффективная ошибка, вызванная действием помех, а δ_1 и δ_3 – соответственно относительные ошибки временной дискретизации и квантования.

Задание. Произвести распределение общей величины допустимой ошибки δ передачи сообщения по источникам искажений $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$.

Моделируем ситуацию – представьте себя инженером

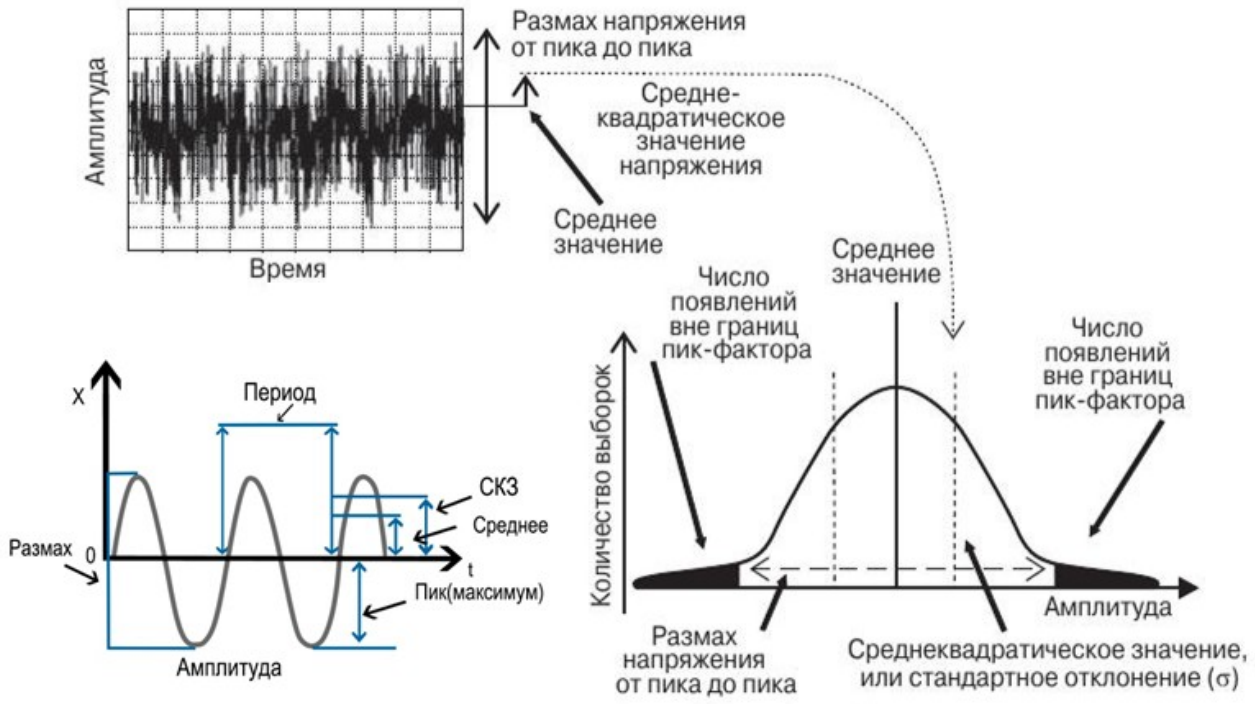
Есть задача: разработать систему связи, чтобы общая ошибка в ней не превышала значения δ

1.2 Расчет допустимого значения пик-фактора

Необходимые для расчета и построений графиков формулы выделены

Введение ограничения неизбежно при преобразовании непрерывного сообщения в цифровую форму, однако процесс ограничения вызывает искажения исходного сообщения. Степень искажений зависит от закона распределения (*плотности вероятности* $W(x)$) исходного сообщения и от отношения порога ограничения к среднеквадратическому значению входного сообщения σ_x, которое **для всех сообщений полагается равным одному вольту (σ_x=1В)**. Отношение Q максимального (пикового) значения U_M непрерывного сообщения к его среднеквадратическому значению σ_x называется ***пикфактором***

$$Q = \frac{U_M}{\sigma_x} = U_M, \quad \text{при } \sigma_x = 1\text{В}$$



Задание. Построить график случайного сообщения и распределения $W(x)$ для своего варианта. Найти значение пик-фактора Q (для каждого варианта своя методика его нахождения).

Рассмотрим 4 вида законов распределения сообщений:

I **Сообщение первого вида** имеет распределение Симпсона

$$W_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{U_M}(1 - \frac{|x|}{U_M}), & -U_M \le x \le U_M, \\ 0, & |x| > U_M, \end{cases} \qquad (1.3)$$

где U_M – максимальное отклонение мгновенных значений сообщения от нулевого среднего значения.

Дисперсия такого процесса:

$$\sigma^2_{x1} = \frac{1}{U_M}\int_{-U_M}^{U_M} x^2\left(1-\frac{|x|}{U_M}\right)dx = \frac{U_M^2}{6}, \qquad (1.4)$$

следовательно, пикфактор этого сообщения $Q_1 = \sqrt{6} \approx 2{,}45$. В связи с тем, что сообщение первого вида является ограниченным, оно не требует дополнительного ограничения, и соответствующая погрешность δ_2 в этом случае равна 0.

II **Сообщение второго вида** $x_2(t)$ имеет нормальное распределение:

$$W_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right), \qquad (1.5)$$

где σ_x – эффективное значение этого сообщения.

Зависимость относительной ошибки ограничения сообщения второго вида от значения пикфактора:

$$\delta_2 = \sqrt{p_{\text{огр}}(1+Q_2^2) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}Q_2\exp\left(\frac{Q_2^2}{2}\right)}, \qquad (1.6)$$

где

$$p_{\text{огр}} = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-Q_2}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt = 2\Phi(-Q_2) \qquad (1.7)$$

$p_{\text{огр}}$ – вероятность выхода мгновенных значений второго сообщения за верхний и нижний пороги ограничения; функция $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt$.

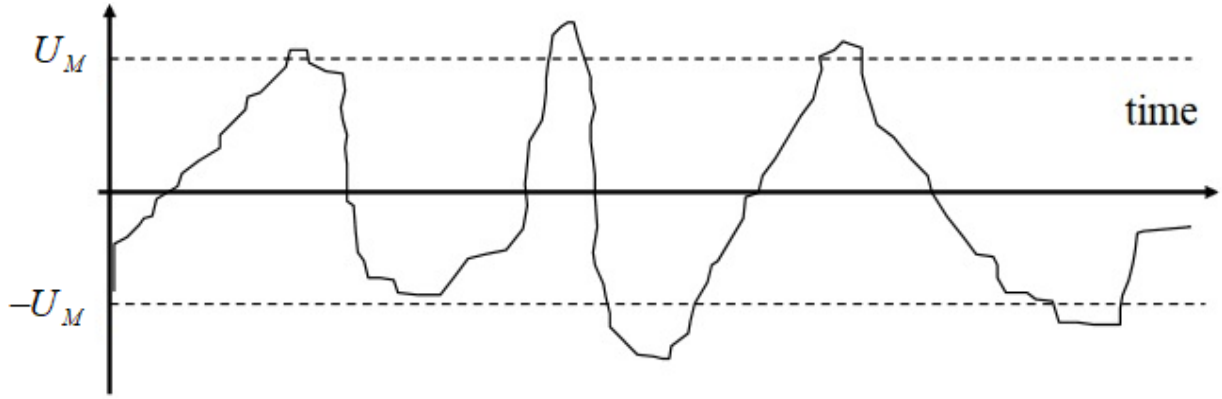


Рисунок 1а – Ошибка ограничения сигнала по амплитуде – выход мгновенных значений сигнала за верхний и нижний пороги ограничения

Задаваясь допустимой величиной относительной ошибки δ_2, можно найти соответствующее ей значение пикфактора Q_2 и рассчитать величину порога ограничения, которая используется затем при выборе параметров квантования. Для облегчения решения уравнения (1.6) на рис. 1б приведён график зависимо-

сти $\delta_2 = f(Q_2)$ для сравнительно высоких значений Q_2 и соответственно небольших δ_2.

При использовании графика, приведённого на рис. 1б, необходимо учесть, что зависимость $\delta_2 = f(Q_2)$ приведена в **логарифмическом масштабе**!

Как переводить **в логарифмический масштаб, смотри файл «Пример перевода в логарифмический масштаб.pdf» на \\edis6**

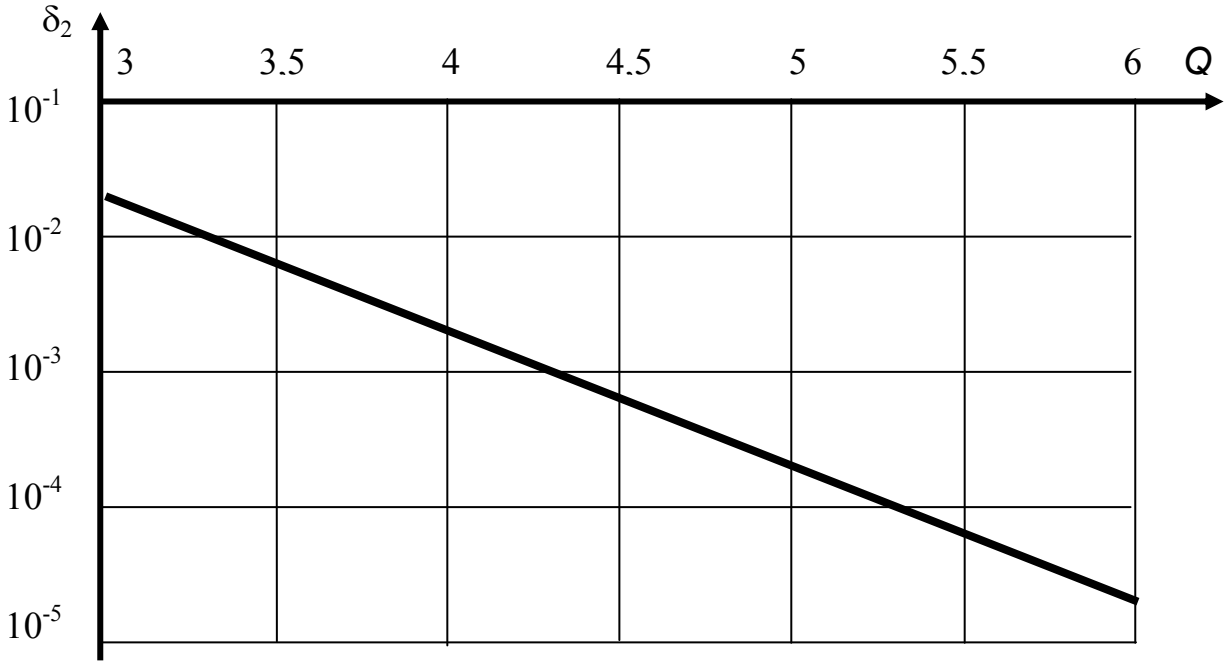


Рисунок 1б. – Зависимость $\delta_2 = f(Q_2)$

III Сообщение третьего вида $x_3(t)$ является одной из моделей речевого процесса и имеет плотность вероятности, описываемую суммой гауссовских кривых:

$$W_3(x) = p_г \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_г} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_г^2}\right) + p_c \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_c^2}\right) \qquad (1.8)$$

где $p_г \approx p_c \approx 0{,}5$ – соответственно вероятности появления гласных и согласных звуков в русском языке,

$\sigma_г^2$ – дисперсия гласных звуков;

σ_c^2 – дисперсия согласных звуков.

$\sigma_г \approx 1{,}4\ \sigma_x$, а $\sigma_c \approx 0{,}1\ \sigma_x$, где σ_x – усреднённое эффективное значение речевого сообщения x_3 (t) ($\sigma_x = 1$).

В результате ограничения выбросов этого процесса появляются искажения, дисперсия которых может быть найдена из выражения

$$\delta_{2\text{III}} = \sqrt{\frac{\sigma_г^2\delta_г^2 + \sigma_с^2\delta_с^2}{\sigma_г^2 + \sigma_г^2}}, \qquad (1.9)$$

где $\delta_г$ и $\delta_с$ – эффективные значения относительных искажений гласных и согласных звуков, величины которых могут быть найдены из (1.6) при использовании соответственно относительных порогов $H_г = U_м/\sigma_г$ и $H_с = U_м/\sigma_с$.

Учитывая приведённые выше соотношения для эффективных значений гласных и согласных звуков, можно записать

$$\delta_2 \approx \delta_г \qquad (1.10)$$

и для нахождения пикфактора третьего вида сообщения Q_3 использовать график, приведённый на рис. 1б. В силу того, что мощность (дисперсия) гласных звуков почти в 200 раз выше мощности согласных, нелинейные искажения сообщения в среднем определяются искажениями гласных звуков.

IV Сообщение четвёртого типа имеет распределение Лапласа:

$$W_4(x) = \frac{1}{2a}\exp\left(-\frac{|x|}{a}\right), \qquad (1.11)$$

где a – параметр сообщения, определяющий его дисперсию:

$$\sigma_x^2 = 2a^2, \qquad (1.12)$$

при $\sigma_x = 1$.

Непосредственным интегрированием можно получить выражение для эффективного значения относительной ошибки, вызванной ограничением пиковых значений этого сообщения:

$$\delta_2 = \exp(-\sqrt{2}\,Q) \qquad (1.13)$$

Сообщение четвёртого типа также является одной из моделей речевого процесса.

Таким образом, при заданном эффективном значении ошибки второго этапа входных преобразований определяется пикфактор ограниченного непрерывного сообщения, используемый в дальнейшем для определения числа разрядов представления этого сообщения в цифровой форме.

1.3 Разрядность АЦП

Задание. Произвести расчет числа разрядов двоичного кода n_p

Связь эффективного значения относительной ошибки квантования $\delta_з$ с числом разрядов n_p двоичного кода при достаточно высоком числе уровней квантования, когда ошибку можно считать распределённой по закону равномерной плотности, определяется выражением

$$\delta_3 \geq \frac{Q}{2^{n_p}\sqrt{3}} \qquad (1.14)$$

Задавшись допустимым значением относительной ошибки $\delta_{кв} = \delta_3$ можно найти число разрядов двоичного кода, если выразить из формулы n_p.

Подумайте, может ли разрядность АЦП быть нецелым числом. При необходимости округляйте значение n_p.

1.4 Расчет частоты дискретизации

Запомните, что все реальные сигналы конечной длительности на самом деле имеют бесконечный спектр. Но передавать сигнал с бесконечным спектром в ограниченной полосе частот канала невозможно. Если же сигнал изначально имеет конечный спектр, значит он бесконечной длительности и передать его опять невозможно. Такая вот дилемма.

Например, спектр одного импульса выглядит следующим образом и передать его в ограниченной выделенной полосе канала мы не можем.

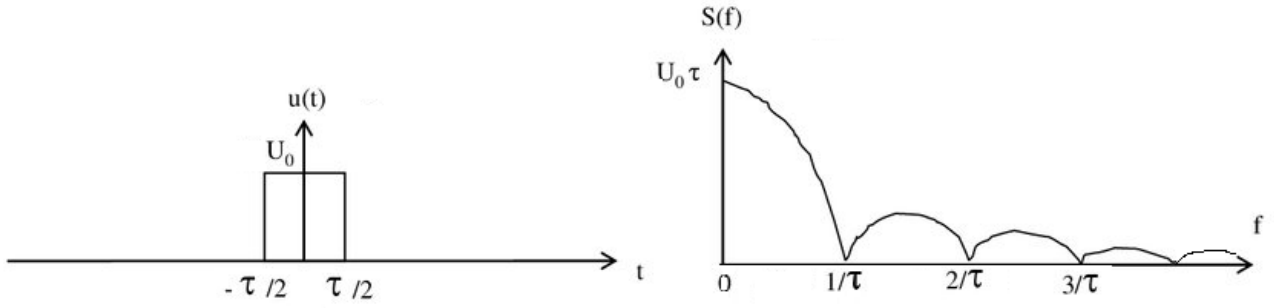


Рисунок 2а – Сигнал и его бесконечный спектр

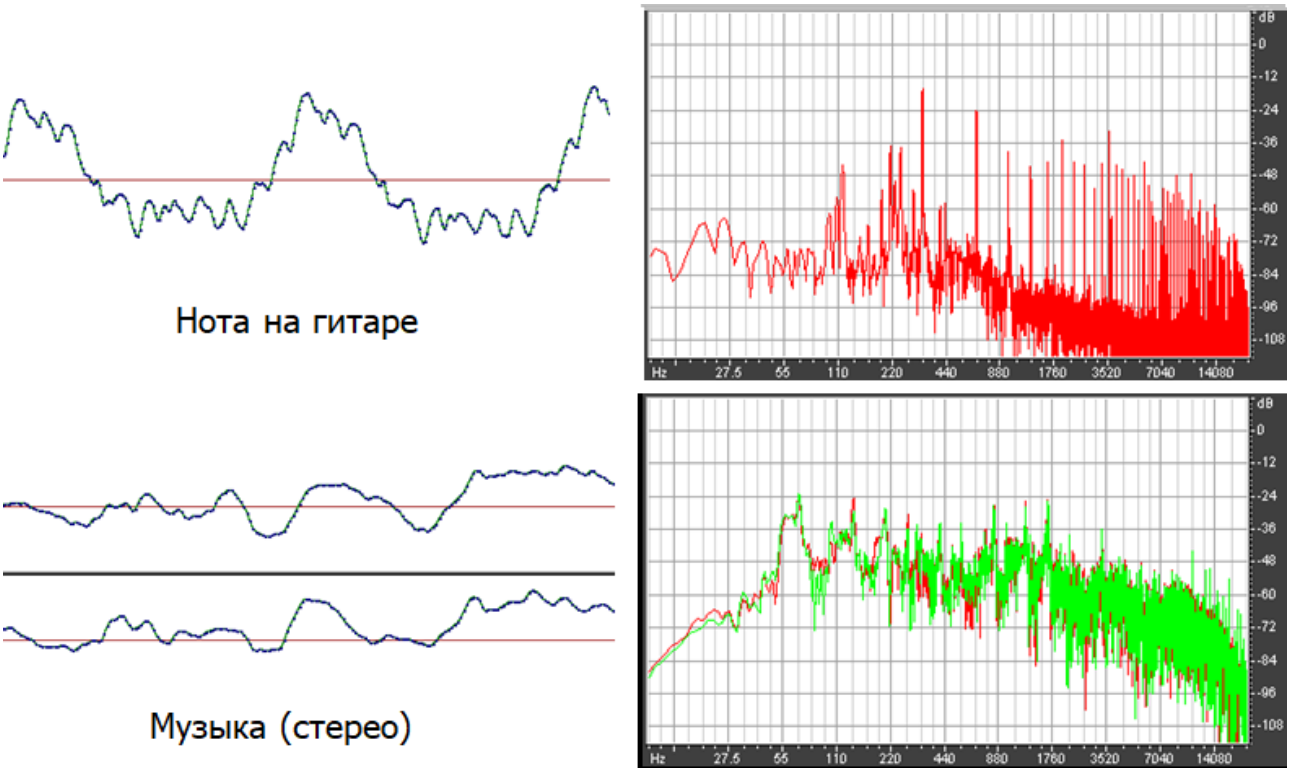


Рисунок 2б – Сигналы и их бесконечные спектры

При ограничении бесконечного спектра $S_x(f)$ сигнала у него появляется верхняя частота спектра $f_В$, условно равная $F_Д / 3$. Это ограничение осуществляется пропусканием сигнала через ФНЧ, который подавляет все частоты сигнала выше значения $f_В$. В результате сигнал незначительно искажается и появляется погрешность (ошибка) δ_1.

Эффективное значение относительной ошибки ограничения сигнала по спектру δ_1 определяется равенством:

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{\int\limits_{F_Д/3}^{\infty} S_x(f)df}{\int\limits_{0}^{\infty} S_x(f)df}}, \qquad (1.15)$$

где $F_д$ – частота временной дискретизации;

$S_x(f)$ – спектральная плотность мощности сообщения $x(t)$.

В задании на проектирование форма спектральной плотности мощности сообщения определена равенством

$$S_x(f) = \frac{S_0}{1+(f/f_B)^{2k}}, \qquad (1.16)$$

где S_0 – спектральная плотность мощности сообщения на нулевой частоте;

k – параметр, характеризующий порядок фильтра, формирующего сообщение;

$f_В$ – частота, определяющая ширину спектра сообщения по критерию снижения $S_x(f)$ в два раза по сравнению с её значением на нулевой частоте $S_x(0)$. Подставляя (1.16) в (1.15), вычисляя интегралы и извлекая квадратный корень, можно получить выражение, связывающее значения ошибки δ_1 и частоты $F_д$. При заданном значении δ_1 можно найти минимальное значение частоты дискретизации $F_д$, обеспечивающее допустимую погрешность первого из входных преобразований сообщения.

Задание. В (1.15) числитель дроби заменить упрощенным выражением из (1.17), а знаменатель – упрощенным выражением из (1.18). Далее выразить величину *частоты дискретизации* $F_д$ и рассчитать ее значение.

Смотрите файл на \\edis6 «Расчет частоты дискретизации.doc»

При выборе частоты дискретизации $F_Д$ необходимо пользоваться правилом, следующим из равенства (1.15), с использованием выражения (1.16) для спектральной плотности мощности сообщения. При вычислении интеграла в (1.15) использовать приближённое выражение

$$S_0 \int\limits_{F_Д/2}^{\infty} \frac{df}{1+(f/f_B)^{2\kappa}} \approx S_0 \int\limits_{F_Д/2}^{\infty} \frac{df}{(f/f_B)^{2\kappa}} = f_B S_0 \int\limits_{F_Д/3f_B}^{\infty} \frac{dx}{x^{2\kappa}}. \qquad (1.17)$$

При вычислении спектральной плотности S_0 следует учитывать, что эффективное значение сообщения $x(t)$ равно одному вольту, а интеграл (1.17) в полубесконечных пределах:

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^{2k}} = \frac{\pi}{2k \sin \frac{\pi}{2к}}. \qquad (1.18)$$

Приближённое равенство (1.17) справедливо при небольших ($\delta_1 \leq 0{,}1$) значениях погрешности δ_1, т.е. при относительно высоких значениях $F_Д$ по сравнению с $f_В$.

Таким образом, в результате преобразований сигнала в первых блоках системы связи сформирован цифровой сигнал, обеспечивающий требуемый уровень точности передачи аналогового сообщения цифровым способом. По заданным требованиям величины ошибки из-за преобразований сигнала определены требуемые значения разрядности, частоты дискретизации, пик-фактора и динамического диапазона АЦП. Это основные параметры, а более профессионально про все параметры АЦП, даже самые специализированные, можно почитать по ссылке[1].

Задание. По рассчитанным параметрам:

- **максимальное напряжение сигнала U_M,**
- **разрядность АЦП,**
- **частота дискретизации АЦП**

найти в интернет магазинах и выбрать подходящий АЦП, привести его рисунок (фотографию), название фирмы и модели и основные характеристики в виде таблицы.

Контрольные вопросы:

1. Почему сообщения и сигналы в системах связи являются случайными процессами?
2. Поясните понятие гистограммы и построенную гистограмму для своего вида распределения (можно на примере вероятности роста случайно выбранного студента)
3. Приведите примеры других законов распределения вероятности, которых нет в исходных данных к работе
4. С какими законами распределений можно столкнуться при работе с системами связи? Поясните с примерами
5. Почему расчет значения частоты дискретизации связан с ошибкой δ_1? Из-за чего возникает ошибка δ_1?
6. С чем связана ошибка δ_2 и как ее уменьшить?
7. С чем связана ошибка δ_3 и как ее уменьшить?

[1] Раскладываем по полочкам параметры АЦП

8. В каких единицах измеряется пик-фактор Q?
9. Что характеризует порядок фильтра k? Речь идет о цифровом или аналоговом фильтре?